

## I этап Вступительных испытаний

\_\_\_ . \_\_\_ . 2026

Вступительное испытание по	<u>математика</u>
Для поступающих в	<u>10</u> класс
по направлению/профилю	<u>ФМ/ФИ/ФХ/БХ</u>
Вариант	№1

*Уважаемый Участник отбора!*

*Обращаем твое внимание, что к каждой задаче должно быть приведено подробное решение. Ответы без решений оцениваются в 0 баллов.*

*Внимательно читай задания.*

*Желаем удачи!*

1. Решите уравнение:

$$|x^2 - 4x + 3| + |x^2 - 5x + 4| = 0$$

**Решение:** Сумма модулей двух чисел равна нулю тогда и только тогда, когда оба этих числа равны нулю. Выражение  $x^2 - 4x + 3$  обращается в нуль при  $x = 1$  и  $x = 3$ , выражение  $x^2 - 5x + 4$  при  $x = 1$  и  $x = 4$ . Поэтому ответом к задаче будет служить  $x = 1$ .

**Ответ:**  $x = 1$

2. Постройте график функции:

$$y = ||1 - x^2| - 3|$$

**Решение:** Построим искомый график в несколько этапов:

- 1) построим график функции  $y = -x^2$ ;
- 2) построим график функции  $y = 1 - x^2$ , для чего перенесем предыдущий график на одну единицу вверх;
- 3) построим график функции  $y = |1 - x^2|$ , для чего ту часть предыдущего графика, которая лежит ниже оси  $Ox$ , отразим симметрично относительно этой оси, а ту часть графика, которая лежит не ниже оси  $Ox$ , оставим без изменений;
- 4) построим график функции  $y = ||1 - x^2| - 3|$ , для чего перенесем предыдущий график на три единицы вниз;
- 5) построим график функции  $y = ||1 - x^2| - 3|$ , для чего ту часть предыдущего графика, которая лежит ниже оси  $Ox$ , отразим симметрично относительно этой оси, а ту часть графика, которая лежит не ниже оси  $Ox$ , оставим без изменений

3. Имеются два сплава, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй — 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка. Определите, сколько килограммов олова содержится в получившемся новом сплаве

**Решение:** Из условия задачи вытекает, что и в первом и во втором сплавах содержалось 30% цинка. Тогда второй сплав содержал  $100 - 26 - 30 = 44\%$  олова. Следовательно, в первом сплаве содержалось  $150 \cdot 0,4 = 60$  кг олова, во втором —  $250 \cdot 0,44 = 110$  кг олова. Таким образом, всего олова в получившемся сплаве — 170 кг.

**Ответ:** 170 кг

4. В уравнении

$$x^2 - 2x + a = 0$$

квадрат разностей корней равен 16. Найдите  $a$ .

**Решение:** Данное уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда его дискриминант больше либо равен нулю. Имеем:  $1 - a \geq 0$ , откуда  $a \leq 1$ . Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни этого уравнения. Имеем:

$$(x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \Leftrightarrow 4 - 4a = 16,$$

откуда  $a = 3$ . Данное значение  $a$  удовлетворяет условию задачи. Здесь мы воспользовались теоремой Виета:  $x_1 + x_2 = 2$ ,  $x_1x_2 = a$ .

**Ответ:**  $a = -3$

5. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого автомобиля. Известно, что автомобили прибыли одновременно в пункт В. Найдите скорость первого автомобиля.

**Решение:** Пусть  $v$  — скорость первого автомобиля,  $S$  — расстояние между городами. Согласно условиям задачи имеем следующее уравнение:

$$\frac{S}{48} + \frac{S}{2(v + 16)} = \frac{S}{v} \Leftrightarrow v^2 - 8v - 768 = 0$$

Положительный корень этого уравнения равен  $v = 32$ .

**Ответ:** 32 км/ч

6. В четырехугольнике  $ABCD$  известно, что  $\angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $BC = 1$ . Найдите  $AD$ .

**Решение:** Проведем через точки  $A, B, D$  окружность. Так как  $\angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$ , то точка  $C$  также будет лежать на этой окружности. Таким образом, четырехугольник  $ABCD$  — вписанный. Согласно теореме синусов радиус  $R$  этой окружности равен  $R = \frac{BC}{2 \sin \angle BAC} = 1$ . Согласно той же теореме синусов  $\frac{AD}{\sin \angle ABD} = 2R = 2$ , откуда  $AD = \sqrt{2}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{2}$